

# Localização de Vazamentos em Cabos OF pelo Modelo Hidráulico - Parte 2: Dispositivos e Experimentos

**Tema:** Redes e Linhas subterrâneas

**Autores:** Geraldo R. de Almeida / Paulo Deus de Souza

**Co-Autores:** Gil F. Vasconcelos / Washington Luiz Campos da Cruz / Marcio S. Coelho

**Empresa:** VGROW COMERCIO E REPRESENTACAO LTDA

## Resumo

*Construir o dispositivo para medir e calcular com as medidas a provável localização de uma falha hidráulica num cabo FFLP é uma atividade tecnológica. O dispositivo é uma plataforma termodinâmica capaz de medir: pressão temperatura e volume escoado em intervalos de tempos durante uma amostragem muito longa. Os casos tratados permitiram desenvolver uma experimentação capaz de localizar micro vazamentos em cabos FFLP instalados diretamente enterrados. A determinação do provável local de vazamento tem atributo probabilístico, calculado com a teoria ergódica.*

## 1. Introdução

A abordagem ergódica desenvolvida [1] foi conjecturada a partir da concepção inventiva dos cabos FFLP [2] onde o conceito de pressão de óleo autocontida no cabo invocava imediatamente a primeira lei da termodinâmica, entre dois estados.

$$PV = [N - n]RT \quad (1)$$

**P** Pressão no interior dos tanques de alimentação de óleo

**V** Volume de óleo disponível nos tanques

**T** Temperatura do óleo no interior dos tanques

**R** Constantes dos gases perfeitos  $8,31 \text{ J}/(\text{Mol K})$

**N** **ESTADO SUPREMO** Número máximo de partições no equilíbrio

**n** **ESTADO ÍNFIMO** Número mínimo de partições no equilíbrio

O estado supremo corresponde à pressão máxima de operação dos tanques e da linha de cabos FFLP na sua correspondente construção. O estado ínfimo corresponde a pressão mínima para circunstâncias anteriores [1]. A Figura 1 é uma ilustração de um tanque de alimentação de linha com cabos FFLP. O tanque é um dispositivo termodinâmico aberto para o óleo isolante e fechado para o gás dentro das células. O gás pressurizado nas células regula o volume de óleo isolante que alimenta o cabo isolado em papel impregnado do tipo FFLP. A equação que informa os volumes trocados pelo tanque é a equação (2).

$$\Delta V = \frac{P_0 V_0}{T_0} \left( \frac{T_1}{P_1} - \frac{T_2}{P_2} \right) \quad (2)$$

$\Delta V$     *Variação de volume de óleo no tanque*

$P_0$     *Pressão referencia do gás no interior das células*

$T_0$     *Temperatura de referencia do gás no interior das células*

$V_0$     *Volume de referencia do gás no interior das células*

$T_1$     *Temperatura do estado (1) do óleo no tanque*

$P_1$     *Pressão do estado (1) do óleo no tanque*

$T_2$     *Temperatura do estado (2) do óleo no tanque*

$P_2$     *Pressão do estado (2) do óleo no tanque*

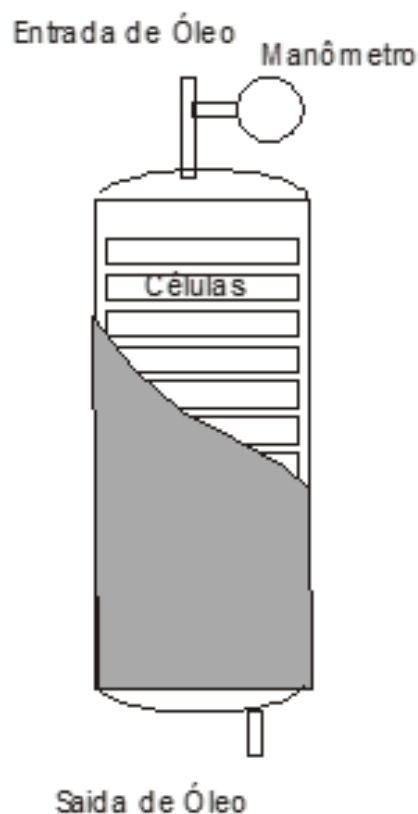


Figura 1: Tanque de alimentação A equação (2) é uma conjugação das leis de Boyle-Mariote e de Charles-Gay Lussac (ANEXO-A) contendo um erro aproximado de 5% para valores próximos à pressão mínima dos tanques, mas opera bem para valores em torno da média. A mesma equação (2), pode também ser aplicada em tempo real. Esta é uma exigência natural para caracterização do processo ergódico. A variação de volume disponibilizado em função da temperatura absoluta por ser desprezada na ergódica, sendo que esta apareceria no erro das medidas, realizadas em grande quantidade ao longo de todo processo. Deste modo, com adequadas modificações na notação, a variação de volume de óleo no interior dos tanques seria;

$$\Delta V_h = \frac{P_0^h V_0^h}{T_0^h} \left[ \left( \frac{T_{t=0}^h}{P_{t=0}^h} \right) - \left( \frac{T_t^h}{P_t^h} \right) \right] \quad \Delta V_l = \frac{P_0^l V_0^l}{T_0^l} \left[ \left( \frac{T_{t=0}^l}{P_{t=0}^l} \right) - \left( \frac{T_t^l}{P_t^l} \right) \right]$$

$$\Delta V_{total} = \Delta V_h + \Delta V_l$$

$Y_0^h$	Índice {"o" inicial} Índice {"h" higher} Índice {"l" lower}
$\Delta V_h$	Variação de volume de óleo no tanque
$P_0^h$	Pressão absoluta no interior das células de ar
$V_0^h$	Volume de ar no interior das células
$T_0^h$	Temperatura absoluta no interior das células de ar
$T_{t=0}^h$	Temperatura absoluta do óleo no tanque no instante $t = 0$
$T_t^h$	Temperatura absoluta do óleo no tanque no instante qualquer $t > 0$
$P_{t=0}^h$	Pressão absoluta do óleo no tanque no instante $t = 0$
$P_t^h$	Pressão absoluta do óleo no tanque no instante qualquer $t > 0$

Considerando

$$T_0^h \sim T_0^l \sim T_{t=0}^h \sim T_{t=0}^l \sim T_t^l \sim T_t^h \sim T_0^h \sim T_0^l$$

com suas variações comparecendo no erro de medição;

$$\Delta V_h = \frac{P_0^h V_0^h}{T_0^h} \left[ \left( \frac{T_{t=0}^h}{P_{t=0}^h} \right) - \left( \frac{T_t^h}{P_t^h} \right) \right] \quad \Delta V_h = \frac{P_0^h V_0^h}{T_0^h} (T_t^h) \left[ \left( \frac{1}{T_t^h} \right) \left( \frac{T_{t=0}^h}{P_{t=0}^h} \right) - \left( \frac{1}{P_t^h} \right) \right]$$

$$\Delta V_h = \frac{P_0^h V_0^h}{T_0^h} \left( \frac{T_t^h}{P_t^h} \right) \left[ \left( \frac{P_t^h}{T_t^h} \right) \left( \frac{T_{t=0}^h}{P_{t=0}^h} \right) - 1 \right] \quad (3)$$

$$\Delta V_l = \frac{P_0^l V_0^l}{T_0^l} \left( \frac{T_t^l}{P_t^l} \right) \left[ \left( \frac{P_t^l}{T_t^l} \right) \left( \frac{T_{t=0}^l}{P_{t=0}^l} \right) - 1 \right] \quad (4)$$

Ambas (3) e (4) tendo a mesma dinâmica. A equação (3) refere-se ao medidor no ponto mais alto do perfil hidráulico da linha. Outra equação homóloga (4) será atribuída ao ponto mais baixo do trecho hidráulico em análise. Desprezando o efeito de variação da temperatura

$$\langle \Delta V_h \circ P_t^h \rangle = V_0^h P_0^h \left[ \left( \frac{P_t^h}{P_{t=0}^h} \right) - 1 \right] \quad (5)$$

$$\langle \Delta V_l \circ P_t^l \rangle = P_0^h V_0^h \left[ \left( \frac{P_t^l}{P_{t=0}^l} \right) - 1 \right] \quad (6)$$

O produto interno

$$\langle \Delta V_h \circ P_t^h \rangle \text{ e } \langle \Delta V_l \circ P_t^l \rangle$$

tem a dimensão de [J/s] idêntica à ergódica de Darcy [1] dentro do mesmo sistema dinâmico;

$$\begin{cases} \langle \Delta V_h \circ P_t^h \rangle \\ \langle \Delta V_l \circ P_t^l \rangle \end{cases} \Leftrightarrow \overbrace{\frac{\bar{x}}{L} = \frac{q_h(P_l - P_x)}{q_h(P_l - P_x) + q_l(P_h - P_x)}}^{\text{Ergódica de Darcy}} \quad (7)$$

A partição de óleo (gota) que sair de modo irreversível do tanque de óleo, após um intervalo de tempo, suficientemente longo, encontraria o ponto de vazamento, sua imagem no sistema dinâmico. Esta é a principal assertiva do processo ergódico que de um ponto de vista estritamente matemático; “O observável coincide com sua imagem alguns instantes depois”. Esta assertiva foi usada [1] para conjugar ENERGIA e VOLUME vazado no ponto do furo (invariante) e medido na saída dos tanques, respectivamente. O dispositivo de medida e amostragem, bem como o tratamento de dados de casos de localização foram construídos para medição da dinâmica das equações (3),(4), (5),(6) e (7).

## 2. Desenvolvimento

### DISPOSITIVO DE AMOSTRAGEM

O dispositivo para medição de perdas de volume e pressão de óleo é aquele mostrado na figura (2). Do lado esquerdo está apresentado o conjunto de medição nos detalhes hidráulicos. Dois manômetros instalados na entrada e saída do fluxômetro, entre esses, um fluxômetro, munido de atributo para medir vazão nas duas direções (para dentro e para fora dos tanques), mostrado em detalhe na foto do lado direito.



Figura 2: Dispositivo de medida e armazenagem dos dados. O fluxômetro opera com o princípio de detecção por termometria, esta foi outra causa para considerar a variável temperatura, como erro nas equações (3) e (4). Mas esta restrição pode ser compensada pela abordagem ergódica, no intervalo dos escalares  $(N-2n)$  que opera com reservatório onde

$$\{\bar{P} \text{ e } \bar{T}\}$$

estão em equilíbrio [1]. Os demais detalhes do dispositivo hidráulico foram concebidos para facilitar as manobras de óleo num cabo FFLP. Na parte de cima da caixa que hospeda o dispositivo hidráulico foi instalada a parte eletrônica de controle do AMOSTRADOR de fluxo e pressão. Todos os dados de vazão e pressão são coletados num determinado intervalo de amostragem

$$(\Delta t)$$

e anotados num caderno eletrônico (FIELD LOGGER). O sistema de coleta eletrônica da amostragem e armazenagem dos dados podem ser realizados em tempo real ou em sistema com interface. Para efetiva amostragem com esta abordagem ergódica, é necessário instalar um dispositivo amostrador em cada extremo da seção hidráulica do cabo. **COLETA DE DADOS**

De modo geral os cabos FFLP possuem medidores de pressão em tempo real com sistema de vigilância de mínima e máxima pressão. Quando esses cabos têm alguma perda de óleo consistente por vazamento contínuo, a pressão dos manômetros diminui e os sensores dos manômetros atuam. Um cabo FFLP deve ser mantido em pressão de pelo menos 4 metros de coluna de óleo em todos os pontos. Quando este valor de pressão mínima for atingido o cabo deve ser desligado e recomposto o volume de óleo perdido antes de religá-lo novamente. Essa ínfima corresponde ao escalar  $[2n-n]$  da eq (1). Nessa mesma equação o escalar  $[N]$  depende do material que forem construídas as células. O escalar  $n$  será determinado pelo perfil altimétrico da linha onde o limite inferior de pressão não deve ser violado. As linhas que operam com cabos FFLP possuem sistemas de aviso de baixa e alta pressão diretamente com o centro de despacho de carga. Se um cabo com perda de óleo em modo consistente é detectado indo para o extremo mínimo de pressão de óleo ao longo do tempo, a concessionária operadora poderia providenciar a instalação do sistema de medida e localização de vazamento descrito anteriormente. Com este protocolo as concessionárias que operam ainda cabos OF conseguem manter em funcionamento estes cabos, até que o processo de localização e reparo seja realizado. O método, da abordagem ergódica, é muito útil na proposição de manter os cabos em

funcionamento, por que a amostragem de dados pode ser feita mesmo com os cabos ligado e transmitindo potência. A experimentação para localização de um ponto de vazamento é feita com o seguinte protocolo. [A] instala-se nas extremidades da seção hidráulica com vazamento os dispositivos amostradores contendo as pontes hidráulicas munidas com os medidores das variáveis de estado de interesse. Os amostradores são instalados em tempos diferentes, por isso o relógio de medição deve ser acertado antes do início da coleta de dados oficiais. Os amostradores de medição de vazão e pressão devem ser instalados entre os tanques de alimentação e os cabos. Nenhum outro ponto de alimentação deve existir entre os fluxômetros, senão aqueles dos cabos. [B] ajusta-se o intervalo tempo de amostragem. A prática pode indicar a frequência de medição, mas para início, considerar; variar a amostragem desde 4 medidas por minuto até uma a cada 10 minutos. Estes intervalos dependem do valor da perda; se é muito alta ou muito baixa. [C] ajusta-se em segundos os relógios dos medidores.

[D] recomenda-se carregar de óleo os tanques até sua pressão máxima de projeto.

[E] liga-se os anotadores de dados com os relógios sincronizados.

[F] executa-se 10000 leituras. Um valor mínimo de amostragem seria 5000 se for necessário reabastecer os tanques.

[G] depois de iniciada a medição os cabos podem ser energizados enquanto se faz as medidas.

[H] os amostradores podem ser mantidos em linha enquanto o cabo estiver energizado para uma eventual segunda medição. A tabela A apresenta um relatório de medições anotados no caderno de campo. Tabela A: Relatório Field Logger

Int	Data	Hora	1 fl1me1	1 fl2me1	p1cabo	p2cabo	TstMxDif	zero	Int	Vazamento
1	3/12/2019	17:56:04	2,17	4,75	3,935	2,284	0	1	1	6,92
2	3/12/2019	17:57:04	2,227	4,734	3,936	2,284	0	1	1	6,961
3	3/12/2019	17:58:04	2,15	4,755	3,935	2,284	0	1	1	6,905
4	3/12/2019	17:59:04	2,22	4,673	3,935	2,285	0	1	1	6,893
5	3/12/2019	18:00:04	2,186	4,733	3,935	2,284	0	1	1	6,919
6	3/12/2019	18:01:04	2,23	4,842	3,935	2,282	0	1	1	7,072
7	3/12/2019	18:02:04	2,095	4,958	3,937	2,281	0	1	1	7,053

As colunas 1, 2, p1 e p2 correspondem às vazões e pressões, respectivamente, medidas nos lados baixo (1) e alto (2) da linha e as demais colunas explicam-se por se só. Os medidores possuem uma exatidão até o terceiro significativo. *TRATAMENTO DOS DADOS*

Após recolhidos os dados no domínio do tempo são construídas as equações de domínio transformado [1] em topologia ergódica denominada apenas *mensuráveis*. O domínio transformado das medições do cabo FFLP com vazamento é o um sistema dinâmico, modelado como um ensemble pós-clássico de Gibbs, diferenciável em toda extensão ergódica. Neste domínio, a despeito do intervalo de amostragem, pode ser construído em múltiplos e submúltiplos desse intervalo, respeitando os números significativos da exatidão das medidas. O número de estados recorrentes [ANEXO-B] é a IMAGEM do intervalo amostrado no domínio.

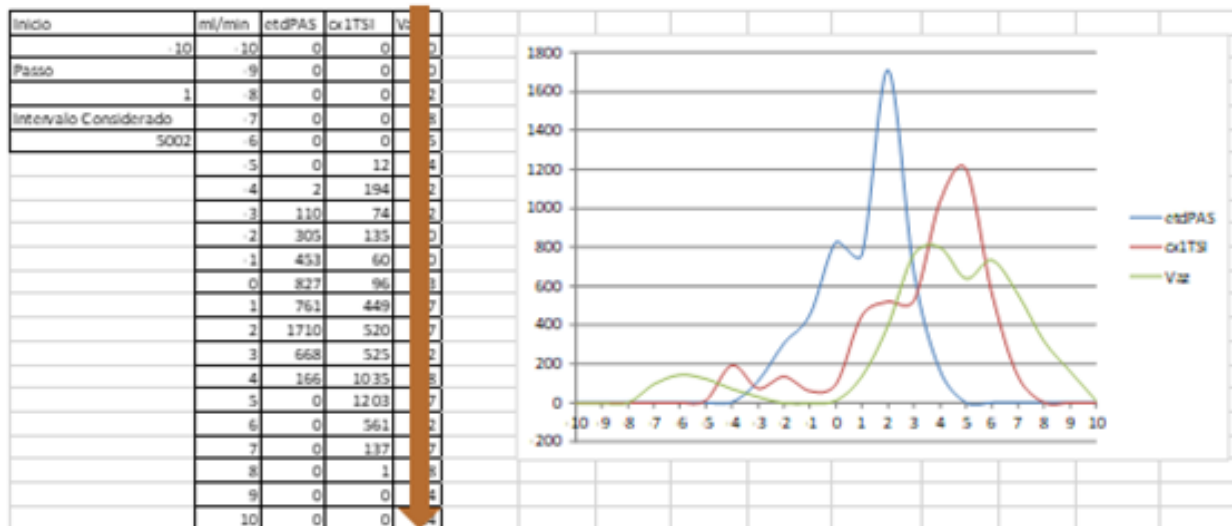


Figura 3: Domínio e Imagem do Sistema Dinâmico Na fig (3) as colunas [etdPSA] e [cx1TSI] são as imagens para cada intervalo do domínio das medições no ponto mais baixo [Low] e mais alto [High] da linha de cabos FFLP, respectivamente. O início e o fim da ergódica está indicado na tabela B. Tabela B: Início e Fim da Ergódica

RECORRÊNCIAS DE GOTEJAMENTO COMO IMAGENS															
ml/min	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
PAS	0	0	0	0	0	0	2	110	305	453	827	761	1710	668	166
1TS1	0	0	0	0	0	12	194	74	135	60	96	449	520	525	1035

O domínio da ergódica de Darcy permite a estimação do local do ponto de vazamento, considerando o sistema de métricas homeomorfas com mesma dimensão nos tanques.

$$0 \leq \frac{\bar{X}}{L} \leq 1 \quad (8) \quad \frac{\bar{X}}{L} = \frac{q_h(P_l - P_x)}{q_h(P_l - P_x) + q_l(P_h - P_x)}$$

A ergódica de Darcy (Equação 8) tratada apenas como uma probabilidade ajustada ao espaço métrico do sistema dinâmico possui no numerador e denominador uma leitura adicional; de moldura Hamiltoniana, esta governando toda teoria dos sistemas dinâmicos.

A Hamiltoniana é uma Lagrangeana corrigida pela transformada de Legendre. Assim seria muito interessante que estas clássicas interpretações da mecânica, especialmente da mecânica analítica fossem levadas em conta também neste trabalho. Mas também a mesma ergódica fig (4) revela a lagrangeana de moldura Hamiltoniana que governa qualquer sistema dinâmico. Cada intervalo de classe de uma coordenada generalizada da formulação Hamiltoniana frequência



$$\langle q_x \rangle \quad \left[ \frac{ml}{min} \right]$$

pode ser vista como, enquanto

$$\langle P_x \rangle \quad \left[ \frac{J}{ml} \right]$$

é o momento volumétrico generalizado da mesma formulação, e o produto

$$\langle q_x P_x \rangle$$

é uma potência para cada estado *[Intervalo x Imagem]*.



Figura 4: Lagrangeana das mensuráveis. Ainda, nesse trabalho foi preferido usar uma semi Lagrangeana em

$$\langle \dot{q}_x \rangle$$

rotulada como abordagem <Off Shell> que pressupõem confinamentos de segunda ordem (vazamentos). A abordagem apenas com a semi Lagrangeana

$$\langle q_x \rangle$$



às vezes denominada <On Shell> aborda a transformação com confinamentos de primeira ordem sobre um espaço de fase 2n dimensional denominado simplético [09]. Porém as duas mecânicas {Lagrangeana e Hamiltoniana} são correlacionáveis; o operador Hamiltoniano é a transformada de Legendre [08] aplicado sobre o operador Lagrangeano. A estimação do ponto de vazamento de óleo em linha de cabos FFLP, modelado com a teoria ergódica como um sistema dinâmico em transformação tem como base a Lagrangeana da transformação, quando algum vazamento ocorre no vaso que contém o óleo do cabo.

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\dot{q}_x)} \neq \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (q_x)} \quad (09)$$

A transformação (09) mostra que nessa ergódica a energia cinética do sistema dinâmico é sempre diferente da energia potencial remanescente, alguma perda de material e energia tem lugar! Por isso

$$\mathcal{L}\langle q_x , \dot{q}_x, t \rangle$$

é o funcional Lagrangeano que opera e governa a ergódica, permitindo sempre tomar a média de todos estados possíveis enquanto vigir a ergódica. Na teoria ergódica as semi lagrangeanas são as mensuráveis de todo o processo, desde o início até o fim, dentro do espaço dinâmico de Darcy equação (8).

$$\frac{\overline{\Delta x}}{L} = \frac{\overline{\Delta \pi_l}}{\overline{\Delta \pi_l} + \overline{\Delta \pi_h}} \Rightarrow \frac{\bar{X}}{L} = \frac{1}{r} \sum_r \left( \frac{\overline{\Delta x}}{L} \right)_r \quad (10)$$

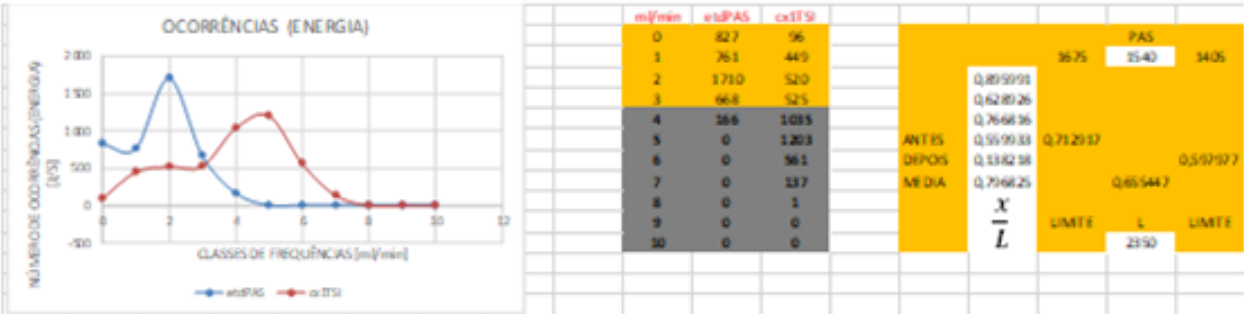


Figura 5: Semi Lagrangeana

$$\langle \dot{q}_x \rangle$$

do sistema dinâmico

A fig (5) apresenta domínios e imagens da variação da energia cinética ao longo da ergódica. Nos quadros coloridos são apresentados os valores numéricos de cada domínio e imagem, bem como a estimação da

probabilidade de cada estado ocorrer naquele domínio. O significado de cada quadrícula foi apresentado no trabalho [1] anterior.

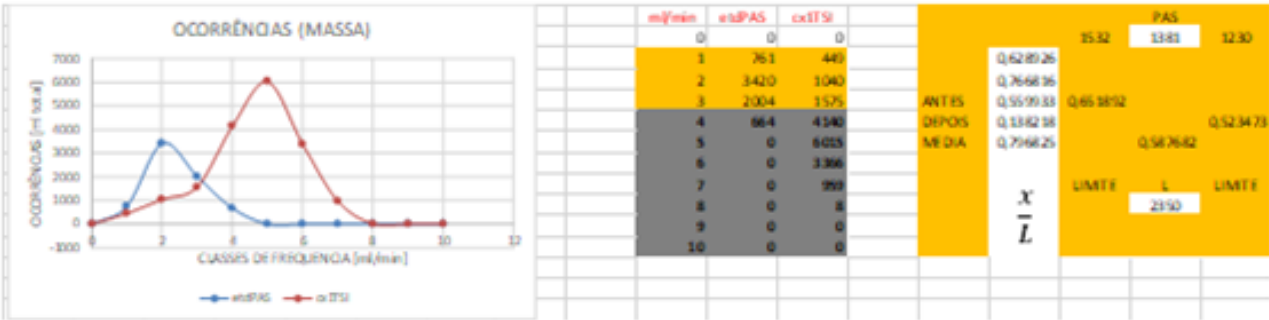


Figura 6: Semi Lagrangeana

$$\langle q_x \rangle$$

do sistema dinâmicoAnalogamente o mesmo procedimento é adotado para a variação da energia potência (massa) na mesma transformação e no mesmo sistema dinâmico. Então, agora o ponto de vazamento será, na ergódica, uma média (estimador do estado mais provável) do comportamento das duas leituras anteriores. A média da ergódica será a média das duas médias; o valor extremo superior será o maior dos maiores (maximum maximumorum) e o extremo inferior será o menor do menor deles (minimum minimorum).



Figura 7: Ergodicidade das semi-lagrangeanas  
No exemplo conduzido na parte 1 e agora complementado na parte 2 deste trabalho o ponto de estimado para o vazamento prospectado é mostrado na figura (8) a seguir

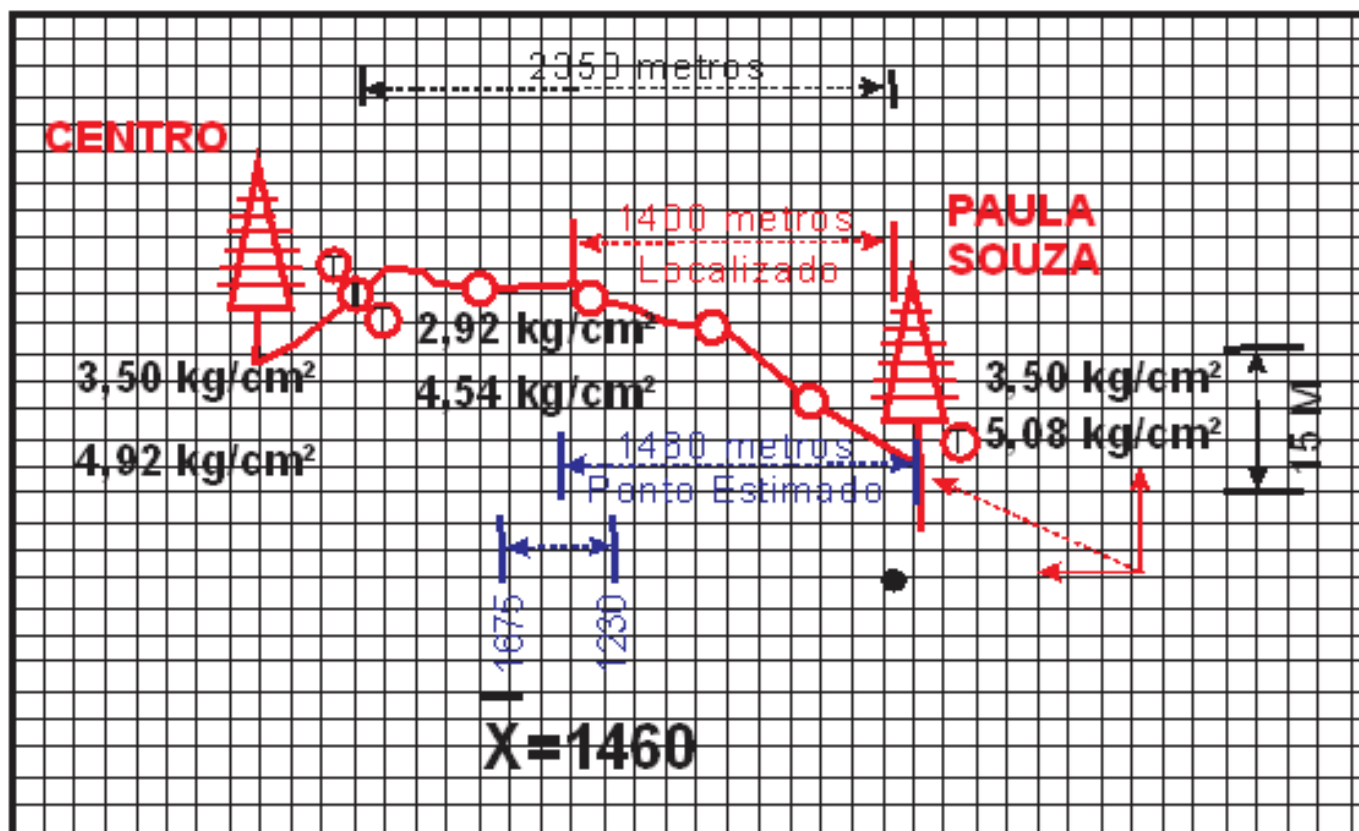


Figura 8: Localização - Linha Paula Souza - CentroCASOS

Além do exemplo utilizado para apresentação da abordagem com a teoria formal de processos ergódicos, foram também realizados outros ter casos de localização de pontos de vazamento com a mesma metodologia.

Tabela C: Resumo dos 4 casos realizados

Linha	Comprimento Hidráulico {0,L}	Referência Eixos {0,0}	Limite Inferior da Estimação {x,0}	Valor Médio Estimado {X,0}	Limite Superior da Estimação {x,0}	Localizado (m)	Erro no modelo
Wilson - Monumento	1556	W	951	1026	1067	1026	0 (0%)
Granja Julieta - ABV	2756	GJ	0	15	30	0	15 (0,5%)
Augusta - Sumaré	3620	S	2588	2818	3140	2750	68 (1,8%)
Paula Souza - Centro	2350	PS	1230	1460	1675	1400	60 (2,5%)

Considerar sempre que o sistema tem origem no ponto mais baixo para que as pressões sejam positivas.

Na tabela C, o 4º caso foi aquele usado neste trabalho (Parte 1 e Parte 2). Ainda cada coluna contém um intervalo de confiança <Inf – med – Sup> o ponto de vazamento efetivamente localizado e seu valor estimado com a metodologia.

Os quatro casos apresentaram um erro mensurável de no máximo 3 % em relação ao comprimento total do circuito hidráulico.

**DISCUSSÃO**  
Na referencia [4] houve uma frutífera discussão sobre a abordagem e sua efetividade na localização. Naque-la ocasião a teoria formal não tinha sido apresentada, nem os quatro casos em questão. Porém o paper [4] teve muita repercussão durante o evento e ainda por muito tempo depois por correspondência eletrônica entre alguns dos participantes.O caso apresentado em [4] corresponde ao segundo na tabela C < Granja

Julieta – Alto da Boa Vista> os pontos de vazamento (2) ocorreram dentro da subestação Granja Julieta – O ponto mais baixo da linha de cabos FFLP.

Na figura 9 está apresentado o perfil altimétrico da linha Granja Julieta - Alto da Boa Vista, bem como a localização do ponto de vazamento, que na apresentação de [4] foi localizado como dois pontos de vazamento e efetivamente demonstrado pela teoria formal ergódica, já aplicada então, mas não formalizada como agora.

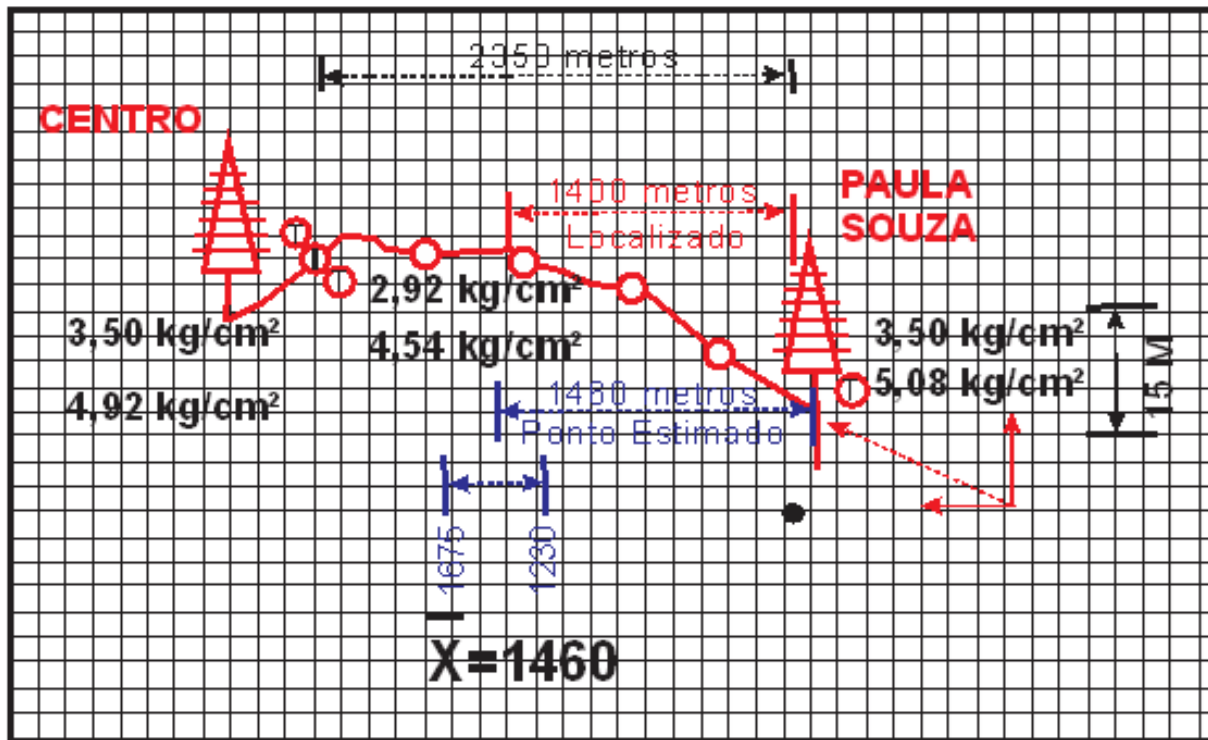


Figura 9: Linha de cabos FFLP GRJ-ABV

Múltiplos vazamentos podem ser localizados, porque cada ponto de vazamento é um invariante na teoria ergódica e vínculos holonômicos na teoria de sistemas dinâmicos – veja Parte 1 deste trabalho. Naquela ocasião [4] foram apresentadas as mensuráveis da ergódica com vários intervalos de amostragem, evidenciando que quando os pontos de vazamentos estavam muito próximos, esses poderiam se esconder num único vazamento devido à proximidade.

Na figura (10) é a apresentação completa de toda amostragem e suas imagens do sistema dinâmico. Nesta figura a existência dos dois pontos de vazamento pode ser apreciada seja graficamente, seja numericamente, pelas duas MODAS das mensuráveis.

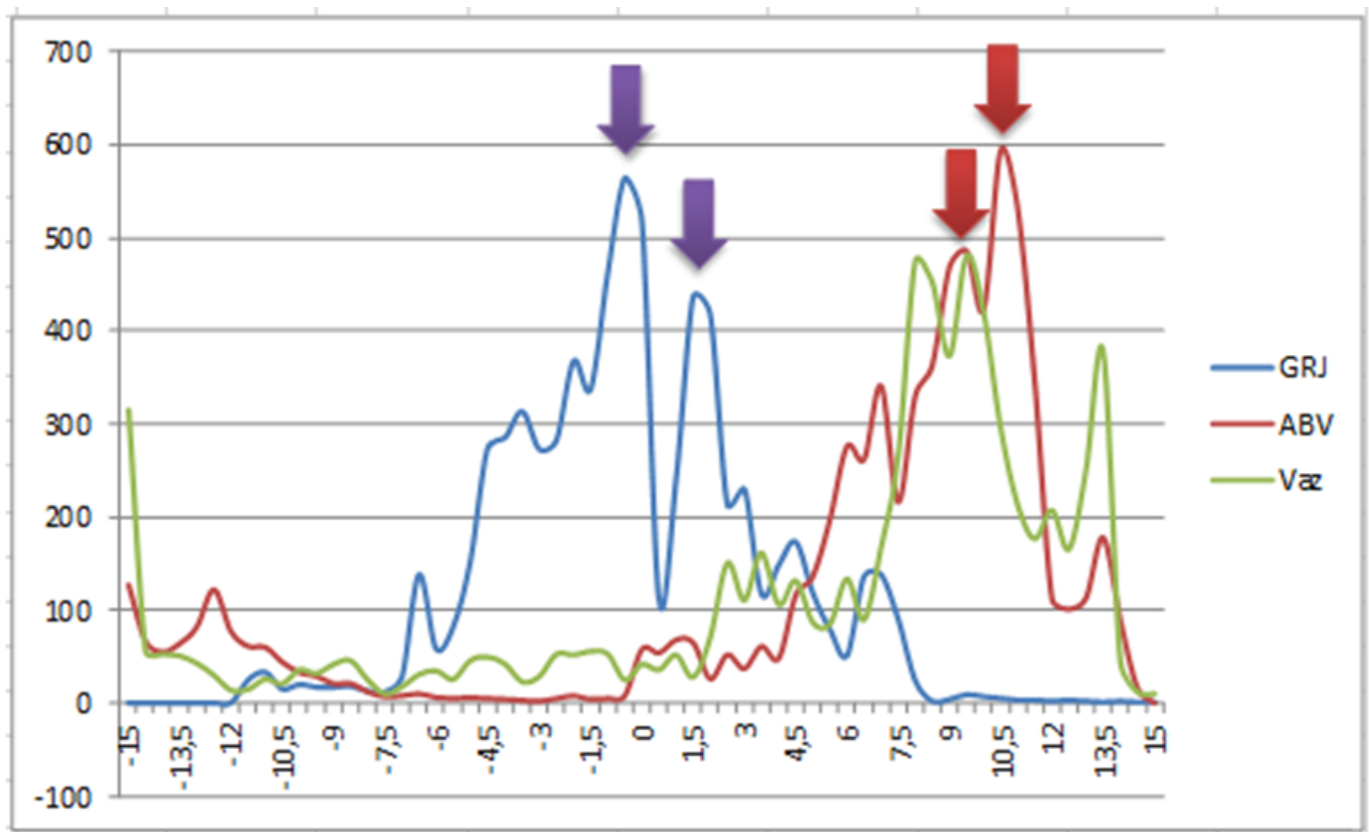
Este foi também o caso em que soluções triviais da ergódica de Darcy podem ser usadas. Na equação (5) se

$$\begin{cases} P_l = P_x \\ \text{ou} \\ P_h = P_x \end{cases} \quad \text{com } q_l = -q_h$$

A solução do invariante tem solução imediata

$$\frac{\bar{X}}{L} = \frac{(P_l - P_x)}{(P_l - P_h)}$$

O atributo de imediato é reconhecido gráfico ou numericamente através da coincidência da maior imagem com o domínio de uma mensurável e como zero imagem da outra. A solução pode ser identificada no extremo do espaço métrico da linha FFLP. Tabela D: Domínio e imagem da linha GRJ-ABV - FFLP



## ANEXO-A

### *Curvas Teóricas de Volumes dos tanques*

Os tanques de alimentação de cabos FFLP são elementos essenciais para o funcionamento previsível destes. No princípio desta tecnologia, as curvas eram obtidas por medição direta: Volumes disponibilizados em função das pressões no interior das células.

Modernamente ficou aceito que uma aproximação teórica com as leis de Boyle-Mariote e Charles-Gay Lussac poderiam ser de valia para um cálculo expedito de equilíbrio de pressões. A figura a seguir ilustra dentro de aproximação razoável como estes cálculos teóricos respondem com volumes previsíveis.



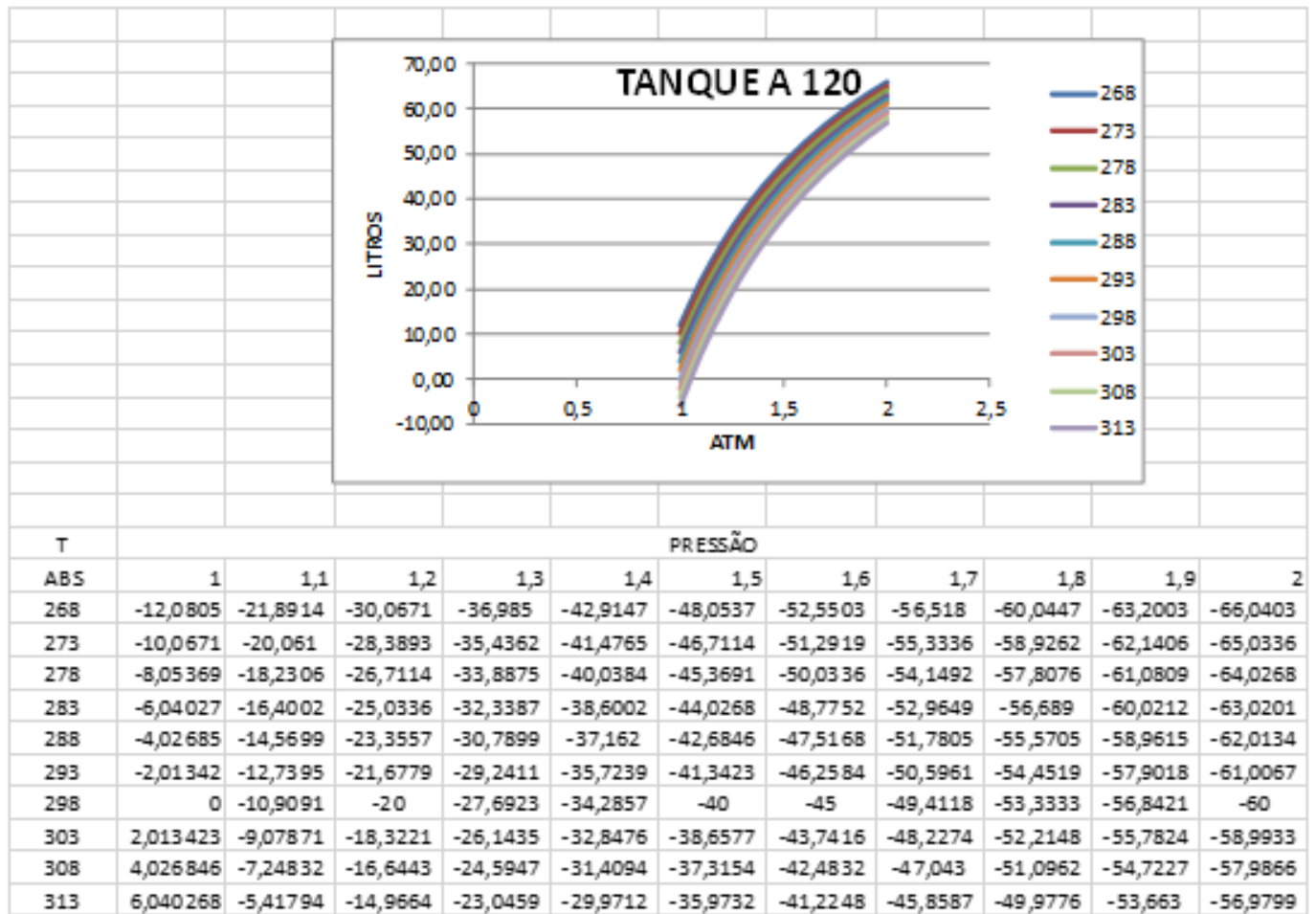


Figura A1: Tanque 120 litros Função{PVT}**ANEXO-B**  
*Teorema da Recorrência de Poincaré*

Mesmo não tendo sido mencionado no texto do trabalho esse teorema tem uma importância essencial no estudo e aplicação de resolução de sistemas dinâmicos.

*“Se uma medida for f invariante , então quase todo ponto de um conjunto mensurável (a não ser por um conjunto de medida nula) retorna infinita vezes para ele.”*

$$\mu\{x \in A: f^n(x) \in A \text{ para infinitos valores de } n\} = \mu(A)$$

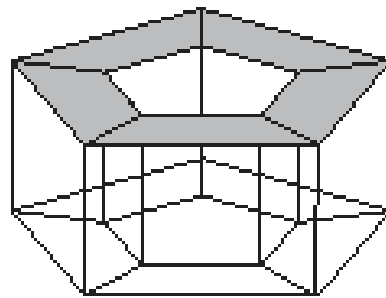
Por sua importância, a demonstração é conseguida em vários textos de sistemas dinâmicos, mas algumas considerações serão feitas nesse anexo.

A- Esse teorema foi demonstrado quando Poincaré estudava órbitas planetárias e ele verificou que não existia solução analítica quando sistema dinâmico possuía  $n \geq 3$  órbitas observáveis. Então propôs que as soluções deveriam buscar soluções qualitativas quando não necessitassem formas explícitas.

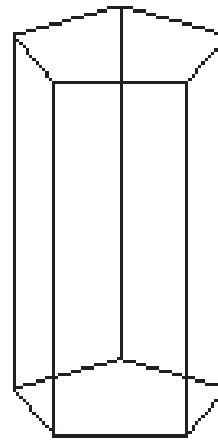
B- As órbitas não possuíam um referencial inicial observável, então a evolução necessitava  $x > 0$ .

C- Um dos invariantes natural era um volume já preconizado anteriormente por J. Liouville 60 anos antes. Esse anexo fixará sobre o invariante topológico VOLUMÉTRICO.





$$F+V-A=0$$



$$F+V-A=2$$

Quando Euler estudou os poliedros regulares, deduziu que existia uma relação entre: Arestas, vértices e faces e posteriormente verificou que a mesma relação valia para todos poliedros convexos  $F + V - A = 2$ . Apenas anos depois foi deduzido que se o poliedro tivesse um oco determinado a relação anterior seria  $F + V - A = 0$ . Essas duas relações seriam invariantes topológicos para simetria cilíndrica aberta ou fechada (toro) com um volume definido.

O presente trabalho explora o invariante volumétrico de Euler para simetrias cilíndricas e toroidais para todos sistemas dinâmicos.

### 3. Conclusão

Além das conclusões antecipadas na parte 1 deste paper é importante reconhecer que o trabalho apresenta:

I- Um método efetivo de localização de micro vazamentos em cabos FFLP com plataforma de mecânica estatística, num ensemble pós-clássico de Gibbs suportado pelas duas primeiras leis da termodinâmica – Conservação de energia e massa e ENTROPIA.

II- Os dispositivos de medição vazão e pressão desenvolvido durante o trabalho, apresentam exatidão de três casas decimais, permitindo o recolhimento de imagens com valor estreito de amostragem.

III- A experimentação foi construída com a mecânica analítica Lagrangeana na condição de sistema dinâmicos com vínculos holonomicos, condição necessária e suficiente para aplicação da teoria ergódica.

IV- Em 4 casos o erro encontrado em todas localizações foi menor que 3% em relação ao comprimento total do trecho investigado.

V-A metodologia – Mecânica Estatística [3]–Ensemble de Gibbs [3]– Mecânica Analítica Lagrangeana [5]– Teoria Geral de sistemas dinâmicos [06] e Teoria ergódica [07] utilizada no trabalho pode ser estendida para outras aplicações na engenharia.

### 4. Referências bibliográficas

- [1] G. R. de ALMEIDA, L. C. ZANETTA - Micro Leaks Location in FFLP by Hydraulic Model PART 1 "A Formal Ergodic Approach"
- [2] PAOLO GAZZANA PRIAROGGIA. "Scritt scientifici e Tecnici 1948-1993". *Conferenza tenuta dall'Ing. Paolo Gazzana Priaroggia alla A.E.I. Sezione di Milano il 27 Settembre 1990* – L'ELECTROTECNICA LXXVIII N.2 FEBBRAIO 1991.
- [3] JOSIAH WILLARD GIBBS. Elementary Principles in Statistical Mechanics Developed with Especial Reference to the Rational Foundations of Thermodynamics. Dover Publ., New York, 1960.
- [4] G. R. de Almeida, G. Vasconcellos, P. D. de Souza; Multiple Location of Micro Leaks in FFLP Cables with Bi Directional Bridge. JICABLE 2019 Versalhes Fr.
- [5] J. L. LAGRANGE – Mecanique Analytique – Paris 1811 – Edição corrigida pelo autor
- [6] NIVALDO, N. LEMOS Mecanica Analítica. São Paulo, Editora Livraria da Física. ISBN 8588325241
- [7] Robert M. Gray. Probability, Random Processes, and Ergodic Properties. Springer Verlag, NY 1987 - 217 PP
- [8] R.K.P. Zia, E.T. Redish, S.R. MacKay – Making sense of the Legendre transform – Am. J. Phys. 77 (7), July 2009
- [9] D. McDuff, D. Salomon – Introduction to symplectic Topology, 2nd edition, Oxford Mathematical Monographs, Oxford University Press, 1998
- [10] J. Liouville, Journ. de Math., 3, 342 (1838)